

第1回天下一学問会番外編 数学

問題

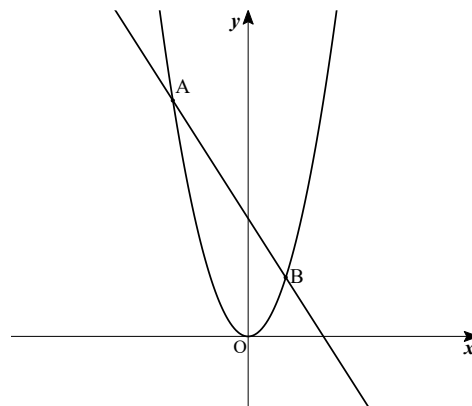
第1問 次の各問に答えなさい。

ルートを答えに含む場合は、ルートの中の自然数が最も小さくなるようにしなさい。

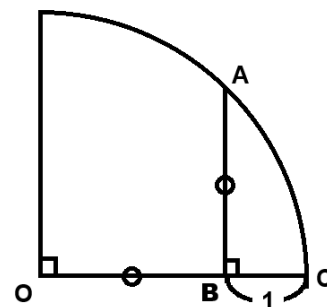
- (1) $1.1^2 - 0.9^2$ を計算しなさい。
- (2) $\frac{1}{4}xy^3 \times \left(\frac{6}{5}x^2y^2\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}xy\right)^3$ を計算しなさい。
- (3) $\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{27}$ を計算しなさい。
- (4) $x = \sqrt{6} + 3$ のとき、 $x^2 - 6x - 9$ の値を求めなさい。
- (5) 次の連立方程式 $\begin{cases} 2x + 3y = -10 \\ 7x + 6y = 19 \end{cases}$ を解きなさい。
- (6) 二次方程式 $x^2 + 5x + 4 = 0$ を解きなさい。
- (7) 1枚の硬貨を3回投げる時、表が1回出る確率を求めなさい。
- (8) 10人の生徒が20点満点の数学小テストを受けたところ、それぞれの成績は14, 16, 19, 12, 20, 17, 13, 18, 16, 15点であった。このとき、平均点、中央値および最頻値を答えなさい。

第2問 図のように原点をOとし、二次関数 $y = x^2$ のグラフと、2つの点A、Bがある。ここで点Aのx座標は-4、点Bのx座標は2である。

- (1) 点Aのy座標を求めなさい。
- (2) 2点、AとBを通過する直線の式を求めなさい。
- (3) 線分OAと線分OBを結ぶ。このとき三角形OABの面積を求めなさい。
- (4) 原点Oを通り、三角形OABの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



第3問 円Oを4分の1にする。図のように点A、B、Cをそれぞれとり、 $OB = AB$ とする。また線分BCの長さは1である。ここで線分OBの長さを x とする。



- (1) 線分OAの長さを x を用いて2通りの方法で表しなさい。
- (2) この円の半径を求めなさい。
- (3) この4分の1にした円の面積を求めなさい。

第4問 以下の証明には致命的な間違いがある。間違っている式変形の番号と、その理由を答えなさい。

$$\text{仮定：} a = b \quad \dots \text{①}$$

$$\text{両辺にそれぞれ} a \text{をかけて} \quad a^2 = ab \quad \dots \text{②}$$

$$\text{両辺から} b^2 \text{を引いて} \quad a^2 - b^2 = ab - b^2 \quad \dots \text{③}$$

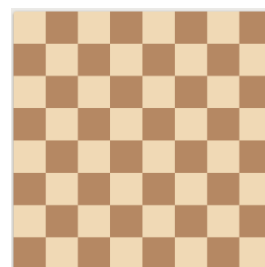
$$\text{両辺を因数分解して} \quad (a + b)(a - b) = b(a - b) \quad \dots \text{④}$$

$$\text{両辺を} (a - b) \text{で割って} \quad a + b = b \quad \dots \text{⑤}$$

$$\text{①より} a = b \text{なので} \quad 2a = a \quad \dots \text{⑥}$$

$$\text{よって} 2 = 1 \text{である} \quad \dots \text{⑦}$$

第5問 右の図はチェス盤である。チェス盤は 8×8 の合計64マスあり、その各マスは明るい色と暗い色が隣り合うよう交互に敷き詰められている。このチェス盤から右上と左下の暗い色のマスを取り除いた計62マスを考える。



この62マスとなったチェス盤を 1×2 マスの長方形ドミノで埋めていく。この盤を長方形ドミノでちょうど埋めることはできるか。もしできるならば一例を示し、できないならばその理由を説明しなさい。