

第1回 リスナー参加型 天下一学問会

中学レベル 解答解説 数学

作問者:すえよし。
問題数:大問4問
選択と記述式
解答時間:30分

中学数学・解答解説

出題背景

味気ない問題になりがちな数学の問題を、ツッコミどころ満載にしてみてもどうか？という思いで作問してみました。ノイズが多すぎる、等の意見をいただきましたが、その通りだと思います。ごめんなさい(←謝る気ゼロの謝罪)
やはり選択式にすると難易度がガクッと易しくなりますね。
問題に対してツッコミながら楽しんでいただけたのなら幸いです。

訂正

第3問(1)の問題文

誤) Aくん「ほんと、ボードゲームがたくさん持ってるよなあ」

正) Aくん「ほんと、ボードゲームをたくさん持ってるよなあ」

解説

第1問(各10点)

計算問題です。計算すれば良いので四則演算子等を使って表現しても正解ですね。

計算の過程は、詳細に書きました。

(1) 正解:ウ

(2) 正解:ウ

(3) 正解:ア

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \underline{(+5)^2} + (+20) &= \underline{(+5) \times (+5)} + (+20) \\
 &= (+25) + (+20) \\
 &= \underline{45}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad \frac{4x+2y}{2} - \frac{-2x+5y}{3} &= \frac{4x+2y}{2} + \frac{2x-5y}{3} \quad \left. \vphantom{\frac{4x+2y}{2}} \right\} \text{通分} \\
 &= \frac{4x+2y}{2} \times \frac{3}{3} + \frac{2x-5y}{3} \times \frac{2}{2} \\
 &= \frac{(12x+6y) + (4x-10y)}{6} \\
 &= \frac{16x-4y}{6} \\
 &= \frac{8x-2y}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) &= (\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\
 &= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{A} + \frac{\sqrt{3} \times (-\sqrt{2})}{B} + \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{C} + \frac{2\sqrt{2} \times (-\sqrt{2})}{D} \\
 &= 3 + (-\sqrt{6}) + 2\sqrt{6} + (-4) \\
 &= \underline{-1 + \sqrt{6}}
 \end{aligned}$$

第2問(各10点)

中1で(1次元1次)方程式、
 中2で(2次元1次)連立方程式、
 中3で(1次元)2次方程式、
 を学習するので、それに合わせての出題です。

(3)は以下の解法より判別式で判断してから因数分解をした方が簡潔でしたね。

選択肢があるときは、代入していき等式が成り立つものを選ぶ、
 ってのも手なんですけどね。

- (1) 正解:ア
- (2) 正解:ウ
- (3) 正解:イ

(1) $x + 3 = 5x - 5$

$$\begin{aligned} x+3-5x &= 5x-5-5x \\ -4x+3 &= -5 \\ -4x+3-3 &= -5-3 \\ -4x &= -8 \\ -4x \div (-4) &= -8 \div (-4) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

移項 について

$$\begin{aligned} x+3 &= 5x-5 \\ x-5x &= -5-3 \\ -4x &= -8 \\ x &= \frac{-8}{-4} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

(2) $\begin{cases} -2x+y=3 & \text{--- ①} \\ y=6x+1 & \text{--- ②} \end{cases}$

②を①に代入

$$\begin{aligned} -2x+(6x+1) &= 3 \\ 4x &= 3-1 \\ 4x &= 2 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

②を①に代入

$$\begin{aligned} y &= 6 \times \frac{1}{2} + 1 \\ y &= 3 + 1 \\ y &= 4 \\ \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

(3) $(-x+3)^2 = -x^2 - 8x + 21$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} (-x)^2 + 2(-x) \times 3 + 3^2 &= -x^2 - 8x + 21 \\ x^2 - 6x + 9 &= -x^2 - 8x + 21 \end{aligned}$$

$ax^2+bx+c=0$ の形にする

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 + x^2 + 8x - 21 &= 0 \\ 2x^2 + 2x - 12 &= 0 \end{aligned}$$

(2次方程式)の解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2} \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{4} \quad \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10 \\ x &= \frac{-2 \pm 10}{4} \\ x &= \frac{-2-10}{4}, \frac{-2+10}{4} \\ x &= -3, 2 \end{aligned}$$

別解

$$\begin{aligned} x^2 + x - 6 &= 0 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2} \quad 25 = 5^2 \\ x &= \frac{-1 \pm 5}{2} \\ x &= -3, 2 \end{aligned}$$

第3問(各10点)

(1) 正解:イ

A「くん」と、B「さん」の、「Bさんの部屋」での会話です。

一般的に「くん」は男、「さん」は女に対して使われていると思い、意図的に「くん」と「さん」にしました。その上で、Bさんの一人称は「ボク」です。

つまり、ボクっ娘です(*ω`*)

BさんはAくんを部屋に招くほどには好意を持っていそうですが、Aくんは鈍感系な感じの発言です。

という裏設定があったのですが、ボクっ娘に気づいた方がいらっしやいました。さすがです。

その他に、ボドゲあるんならボドゲしろよ、というツッコミがありましたが、数学の問題にしにくかったので、サイコロだけを振らせました。ごめんなさい。

なお、仕掛けのあるサイコロを使っても良いとしたことと、回答の自由度を上げるためにあえて「出る目の数字は、同様に確からしい」ことを設定しませんでした。

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(2) 正解:エ

割合の問題です。

塾講師時代、割合が苦手な生徒には、「は」を「イコール」に、「の」を「かけ算の×」に置き換えると、計算できると伝えてました。

『「の」を「かけ算の×」に置き換える』は、日常生活でも結構使える、と個人的に思っています。

【利益】は【仕入れ値】の【割合】です。

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ \text{【利益】} & = & \text{【仕入れ値】} \times \text{【割合】} \end{array}$$

この問題の場合、あめ玉の存在を無視すれば、以下のように立式できます。
【仕入れ値】=2000ゴールド×5本=10000ゴールド、
60%=60÷100=0.6、なので

$$\text{【利益】} = 10000 \text{ゴールド} \times 0.6 = 6000 \text{ゴールド}$$

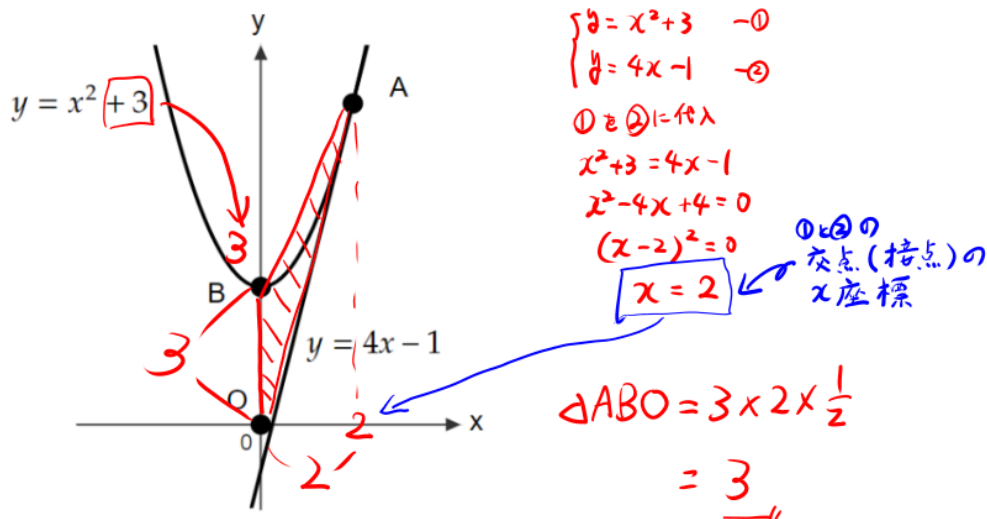
なお、あめ玉の仕入れ値の扱いですが、魔法が使えてポーションを調合で生成できる異世界ということしか書かれていないので、砂糖等の価値は不明です。不明なら、勝手に設定していただいてもOKです。あめ玉を持って異世界にきたとしても良いですし。

また、DくんはCさんに貢いだ、チップを弾んだ、としてもOKです。改めて読むと、Dくんの想いの使い方は、ちょっと勝手に悪かったですね。

(3) 正解:イ

まず、中学校の学習範囲として「原点を通らない2次関数は扱わない」というものがありまして、うっかり原点を通らない2次関数の問題を出題してしまいました。申し訳ございません。

グラフを魔法陣に見立てたのですが、すぐに「無理があるよなあ」と思いつつ気にせず作問しました。



第4問

ぶっちゃけアンケートです。

以上です。