

第2回 リスナー参加型 天下一学問会

高校レベル

問題用紙

数学 (I A II B)

作問者：いーんちょ

問題数：大問1問

記述式

解答時間：60分

注意事項

1. 解答提出は専用フォームから行うこと
2. 解答は専用の解答用紙に記入すること
(ア) 解答欄の不足時は末尾の予備用紙を利用してよい
 - ① 元の解答欄に「予備へ続く」など明記すること
 - ② 解答する問題番号を明記すること(イ) 計算用を含め、予備用紙は3枚分用意している
3. 解答は以下の形式のみ受け付ける。
 - PDF (解答用紙へ直接記入または記入した解答を pdf 化)
 - 画像ファイル (png, jpg など 写真を含む)
4. 答案は採点者が読めるよう丁寧に書くこと
5. 解答提出時、ファイルを複数選択して提出可能

訂正情報 (4月9日正午)

(4) におけるベクトルの長さを修正しました。

次ページより問題を掲載

問題

原点を O とし、長さがいずれも 1 かつ任意の二つのベクトルが直交する 3 つの位置ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を考え、これらベクトルが作る平面を P とする。また原点 O から平面 P に下ろした垂線を直線 l とする。

- (1) 平面 P 上の点 D について、 \vec{OD} を媒介変数 s, t と $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) 平面 P と直線 l の交点を Q とする。 \vec{OQ} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表せ。
- (3) 直線 l 上に中心を持ち、平面 P に外接する半径 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ の球を C とする。球 C の中心について、その位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表せ。
- (4) 直線 l 上に点 R を $|\vec{QR}| = 2\sqrt{3}$ となるように取る。 \vec{OR} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表せ。
- (5) 点 R から球 C 上にある点 S に向かって接線を引く。実数 α, β, γ を用いて $\vec{OS} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$ と表したとき、 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ が取り得る値を求めよ。